



Übung zur Vorlesung *Grundlagen: Datenbanken* im WS22/23
Michael Jungmair, Stefan Lehner, Moritz Sichert, Lukas Vogel (gdb@in.tum.de)
<https://db.in.tum.de/teaching/ws2223/grundlagen/>

Blatt Nr. 09

Für weitere Übungen empfehlen wir <https://normalizer.db.in.tum.de/>.

Hausaufgabe 1

Geben Sie für jede der Normalformen 1NF, 2NF, 3NF, BCNF, 4NF jeweils eine Relation mit FDs an, sodass die Relation in der gewünschten Normalform ist (und in keiner höheren).

Lösung:

Für alle Normalformen betrachten wie die Relation $\mathcal{R} = \{A, B, C, D\}$.

- 1.NF:

FDs:

- $AB \rightarrow C$
- $B \rightarrow D$

Die Relation ist nicht mengenwertig, daher 1. NF. D ist lediglich von B abhängig, der Kandidatenschlüssel ist aber AB , weswegen D nicht voll funktional vom Kandidatenschlüssel abhängig ist, daher keine 2. NF.

- 2. NF:

FDs:

- $AB \rightarrow C$
- $C \rightarrow D$

Jedes Attribut der Relation ist voll funktional abhängig vom Kandidatenschlüssel AB , daher 2.NF. Das Attribut D ist transitiv und nicht direkt vom Kandidatenschlüssel abhängig, darum nicht 3. NF.

- 3. NF:

FDs:

- $BC \rightarrow AD$
- $D \rightarrow C$

Für jede FD gilt entweder, dass sie trivial ist, dass die linke Seite Superschlüssel ist oder dass die rechte Seite in einem Kandidatenschlüssel enthalten ist, daher 3. NF. Bei der BCNF fällt die dritte erlaubte Art von FD weg, daher müssen FDs trivial sein oder ihre linke Seite Superschlüssel. Da die zweite FD des Beispiels dies verletzt, ist die Relation nicht in BCNF und daher genau in 3. NF.

- BCNF:

FDs:

- $AB \rightarrow CD$
- $BC \rightarrow AD$
- $D \twoheadrightarrow C$

BCNF, da die BCNF verletzende FD aus dem Beispiel für 3. NF entfernt wurde. Nicht 4. NF weil eine nicht triviale MVD gilt, deren linke Seite nicht Superschlüssel ist.

- 4. NF

FDs:

- $AB \rightarrow CD$
- $BC \rightarrow AD$

Nach Entfernung der nicht trivialen MVD dann auch 4. NF.

Hausaufgabe 2

Bestimmen Sie alle Kandidatenschlüssel der Relation R . Wenden Sie den Dekompositionsalgorithmus an, um die Relation R in die BCNF zu zerlegen und unterstreichen Sie die Schlüssel der Teilrelationen des Endergebnisses.

$$R : \{[A, B, C, D, E, F]\}$$

FDs:

1. $B \rightarrow DA$
2. $DEF \rightarrow B$
3. $C \rightarrow EA$

Prüfen Sie als erstes, ob FD 1) für die Zerlegung geeignet ist und - falls dies der Fall ist - verwenden Sie diese im ersten Zerlegungsschritt. Für diese Aufgabe ist zu bedenken, dass die oben angegebenen FDs eine Charakterisierung der insgesamt geltenden FDs sind. Die Menge der geltenden FDs ist größer. Wieso? Wie muss dies beim Dekompositionsalgorithmus genutzt werden?

Lösung:

- Dekompositionsalgorithmus:

- Starte mit $Z := \{R\}$.

- R in BCNF? - Nein, $B \rightarrow DA$ verletzt die BCNF.

- * Zerlegung anhand FD $B \rightarrow DA$, da $\{B\}$ kein Superschlüssel:

- $R_1 : \{[A, B, D]\}$ mit den FDs $F_1 = \{B \rightarrow DA\}$,

- $R_2 : \{[B, C, E, F]\}$ mit den FDs $F_2 = \{C \rightarrow E\}$, FD (2) geht verloren und FD (3) geht "teilweise" verloren: wenn $C \rightarrow AE$ gilt, dann gilt auch $C \rightarrow A$ und $C \rightarrow E$ (Dekompositionsregel), aber lediglich $C \rightarrow E$ bleibt erhalten.

- $Z := \{R_1, R_2\}$

- R_1 in BCNF? - Ja.

- R_2 in BCNF? - Nein, $C \rightarrow E$ verletzt die BCNF.

- * Zerlegung anhand FD $C \rightarrow E$, da $\{C\}$ kein Superschlüssel:
 $R_{2.1} : \{[C, E]\}$ mit den FDs $F_{2.1} = \{C \rightarrow E\}$,
 $R_{2.2} : \{[B, C, F]\}$ mit ausschließlich trivialen FDs.
 $Z := \{R_1, R_{2.1}, R_{2.2}\}$

- $R_{2.1}$ in BCNF? - Ja.
- $R_{2.2}$ in BCNF? - Ja.

- Ergebnis:

$$\begin{aligned} R_1 & : \{[A, \underline{B}, D]\} \\ R_{2.1} & : \{[\underline{C}, E]\} \\ R_{2.2} & : \{[\underline{B}, \underline{C}, \underline{F}]\} \end{aligned}$$

Im Allgemeinen ist eine gegebene FD-Menge weder minimal noch vollständig. Die angegebenen FDs enthalten also möglicherweise Redundanzen einerseits und andererseits werden triviale Abhängigkeiten i.d.R. nicht explizit mit angegeben. Bei der Ausführung des Dekompositionsalgorithmus müssen jedoch alle *geltenden* FDs betrachtet werden, die sich mit Hilfe der Axiome von Armstrong herleiten lassen (F^+). So gilt im obigen Beispiel in R_2 die FD $C \rightarrow E$, obwohl diese nicht explizit angegeben war.

Hausaufgabe 3

Überführen Sie das folgende Schema verlustlos in die 4. NF:

$$R : \{[A, B, C, D, E]\}$$

$$\begin{aligned} AB & \rightarrow CDE \\ B & \twoheadrightarrow D \\ C & \twoheadrightarrow DE \end{aligned}$$

Beachten Sie, dass es zwei mögliche Lösungen gibt. Geben Sie beide an!

Lösung:

Dieses Schema halt AB als einzigen Kandidatenschlüssel. Dementsprechend verletzen beide MVDs die Bedingungen der 4. NF. Somit können beide zur Zerlegung verwendet werden. In diesem Schema führt das dann zu zwei verschiedenen Ergebnissen.

1. Lösung:

Für die erste Lösung verwenden wir die MVD $B \twoheadrightarrow D$ zur Dekomposition. Damit erhalten wir also:

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_1 & = \{\underline{B}, D\} \\ \mathcal{R}_2 & = \{\underline{A}, \underline{B}, C, E\} \end{aligned}$$

Für \mathcal{R}_1 gelten jetzt keine (nicht-trivialen) FDs oder MVDs mehr, also ist es in 4. NF. Für \mathcal{R}_2 gelten $AB \rightarrow CE$ und $C \twoheadrightarrow AB$. Letztere ergibt sich aus der MVD $C \twoheadrightarrow DE$ mit

Hilfe der Komplementregel. Also muss nun \mathcal{R}_2 Anhand von dieser MVD aufgeteilt werden. Daraus ergeben sich:

$$\mathcal{R}_{2.1} = \{\underline{A, B}, C\}$$

$$\mathcal{R}_{2.2} = \{C, \underline{E}\}$$

Für $\mathcal{R}_{2.1}$ gilt nur noch $AB \rightarrow C$. Für $\mathcal{R}_{2.2}$ gelten keine (nicht-trivialen) FDs oder MVDS. Damit sind beide in der 4. NF.

Das Ergebnis ist also: $\{\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_{2.1}, \mathcal{R}_{2.2}\}$.

2. Lösung:

Für die zweite Lösung verwenden wir die MVD $C \twoheadrightarrow DE$ zur Dekomposition. Damit erhalten wir:

$$\mathcal{R}_1 = \{C, \underline{D}, E\}$$

$$\mathcal{R}_2 = \{\underline{A, B}, C\}$$

Für \mathcal{R}_1 gelten keine (nicht-trivialen) FDs oder MVDS mehr. Für \mathcal{R}_2 gilt $AB \rightarrow C$. Damit sind beide in der 4. NF und eine weitere Zerlegung ist nicht notwendig.

Das Ergebnis ist also: $\{\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2\}$.

Hausaufgabe 4

Betrachten Sie ein abstraktes Relationenschema $R : \{[A, B, C, D, E, F, G]\}$ mit den FDs:

$$A \rightarrow BC$$

$$DE \rightarrow B$$

$$F \rightarrow A$$

$$E \rightarrow BF$$

$$A \rightarrow DE$$

$$C \rightarrow A$$

Überführen Sie die Relation verlustfrei und abhängigkeitsbewahrend in die dritte Normalform.

Lösung:

Kanonische Überdeckung

Linksreduktion:

$$A \rightarrow BC$$

$$~~D~~E \rightarrow B$$

$$F \rightarrow A$$

$$E \rightarrow BF$$

$$A \rightarrow DE$$

$$C \rightarrow A$$

Rechtsreduktion:

$$\begin{aligned}A &\rightarrow \cancel{B}C \\E &\rightarrow \emptyset \\F &\rightarrow A \\E &\rightarrow BF \\A &\rightarrow DE \\C &\rightarrow A\end{aligned}$$

Zusammenfassen der FDs mit gleichen linken Seiten:

$$\begin{aligned}A &\rightarrow CDE \\E &\rightarrow \emptyset \\F &\rightarrow A \\E &\rightarrow BF \\C &\rightarrow A\end{aligned}$$

Entfernen von FDs mit leerer Menge auf der rechten Seite:

$$\begin{aligned}A &\rightarrow CDE \\F &\rightarrow A \\E &\rightarrow BF \\C &\rightarrow A\end{aligned}$$

Synthesealgorithmus

Zerlegung anhand der kanonischen Überdeckung:

$$\begin{aligned}R_1 &: \{\underline{A}, C, D, E\} \\R_2 &: \{A, \underline{F}\} \\R_3 &: \{B, \underline{E}, F\} \\R_4 &: \{A, \underline{C}\}\end{aligned}$$

Kandidatenschlüssel bestimmen:

$$\kappa_1 = \{A, G\}, \kappa_2 = \{F, G\}, \kappa_3 = \{C, G\}, \kappa_4 = \{E, G\}$$

Kandidatenschlüssel der Relationenzerlegung hinzufügen:

Da keiner der Kandidatenschlüssel in der Zerlegung enthalten ist,
wähle ein beliebiges κ_i und erstelle R_κ , z. B. $R_\kappa = \{\underline{A}, G\}$.

Redundanzen entfernen:

$$R_4 \text{ verwerfen, da } R_4 \subseteq R_1$$

Ergebnis:

$$\{\underline{A}, C, D, E\}, \{A, \underline{F}\}, \{B, \underline{E}, F\}, \{\underline{A}, G\}$$