TU München, Fakultät für Informatik
Lehrstuhl III: Datenbanksysteme
Prof. Dr. Thomas Neumann

Übung zur Vorlesung *Grundlagen: Datenbanken* im WS19/20

Christoph Anneser, Moritz Sichert, Lukas Vogel (gdb@in.tum.de)
https://db.in.tum.de/teaching/ws1920/grundlagen/

Blatt Nr. 03

Tool zum Üben der relationalen Algebra: https://tools.db.in.tum.de/ira/

Hausaufgabe 1

Gegeben sei folgende Anfrage auf dem bekannten Universitätschema:

> Gesucht sind die *Professoren*, deren sämtliche *Vorlesungen* nur auf selbst gelesenen (direkten) Vorgängern aufbauen.

Formulieren Sie die Anfrage

- in der Relationenalgebra,
- im Tupelkalkül und
- im Domänenkalkül.

Lösung:

Achtung: Auch Professoren, die nur Vorlesungen ohne Vorgänger lesen, sowie Professoren die überhaupt keine Vorlesung lesen sind Teil der Ergebnismenge.

Denn für alle Vorgänger (hier: keine) gilt: Sie werden vom Professor gehalten.

Formulierung in relationaler Algebra

$$\text{Professoren} \setminus \Pi_{\text{PersNr,Name,Rang,Raum}}\Big(\big(\text{Professoren} \bowtie_{\text{PersNr}=v1.\text{gelesenVon}} \rho_{v1}(\text{Vorlesungen})\big) \bowtie_{v1.\text{VorlNr}=\text{Nachfolger} \wedge v1.\text{gelesenVon} \neq v2.\text{gelesenVon}} \big(\text{voraussetzen} \bowtie_{\text{Vorgänger}=v2.\text{VorlNr}} \rho_{v2}(\text{Vorlesungen})\big)\Big)$$

Formulierung im Tupelkalkül

Die folgende Lösung verwendet Allquantoren, um die geforderten Bedingungen für alle Vorlesungen und deren Vorgänger zu überprüfen:

$$
\begin{aligned}
\{\ p \mid\ & p \in \text{Professoren} \wedge \\
& \forall v_1 \in \text{Vorlesungen}(v_1.\text{gelesenVon} = p.\text{PersNr} \Rightarrow \\
& \quad \forall o \in \text{voraussetzen}(\\
& \quad\quad o.\text{Nachfolger} = v_1.\text{VorlNr} \Rightarrow \\
& \quad\quad \exists v_2 \in \text{Vorlesungen}(\\
& \quad\quad\quad o.\text{Vorgaenger} = v_2.\text{VorlNr} \wedge \\
& \quad\quad\quad v_2.\text{gelesenVon} = p.\text{PersNr} \\
& \quad\quad)))\}
\end{aligned}
$$

Es ist auch möglich, diese Anfrage ohne Allquantoren zu formulieren:

$$
\begin{aligned}
\{\mathrm{p} \mid\ & \mathrm{p} \in \text{Professoren} \\
& \wedge \neg\exists\ \mathrm{v}_1 \in \text{Vorlesungen}(\mathrm{v}_1.\text{gelesenVon}{=}\mathrm{p}.\text{PersNr} \\
& \wedge \exists\ \mathrm{o} \in \text{voraussetzen}(\mathrm{v}_1.\text{VorlNr}{=}\mathrm{o}.\text{Nachfolger} \\
& \wedge \exists\ \mathrm{v}_2 \in \text{Vorlesungen}(\mathrm{o}.\text{Vorgänger}{=}\mathrm{v}_2.\text{VorlNr} \\
& \wedge \mathrm{v}_2.\text{gelesenVon} \neq \mathrm{p}.\text{PersNr})))\}
\end{aligned}
$$

Durch Äquivalenzumformungen lassen sich aus den oberen Lösungen auch weitere bilden, z.B. die folgende, die nur einen Allquantor verwendet:

$$
\begin{aligned}
\{\ p \mid\ & p \in \text{Professoren} \wedge \\
& \forall v_1 \in \text{Vorlesungen}(v_1.\text{gelesenVon} = p.\text{PersNr} \Rightarrow \\
& \quad \neg\exists o \in \text{voraussetzen}(\\
& \quad\quad o.\text{Nachfolger} = v_1.\text{VorlNr} \wedge \\
& \quad\quad \exists v_2 \in \text{Vorlesungen}(\\
& \quad\quad\quad o.\text{Vorgaenger} = v_2.\text{VorlNr} \wedge \\
& \quad\quad\quad v_2.\text{gelesenVon} \neq p.\text{PersNr} \\
& \quad\quad)))\}
\end{aligned}
$$

Formulierung im Domänenkalkül

Genau wie beim Tupelkalkül, kann die Anfrage im Domänenkalkül auch auf verschiedene Weisen formuliert werden. Die folgende Lösung verwendet wieder zwei Allquantoren:

$$
\begin{aligned}
\{\ [p, n]\ \mid & \exists rg, ra([p, n, rg, ra] \in \text{Professoren} \wedge (\\
& \quad \forall na, t_1, sws_1([na, t_1, sws_1, p] \in \text{Vorlesungen} \Rightarrow (\\
& \quad\quad \forall vo([vo, na] \in \text{voraussetzen} \Rightarrow (\\
& \quad\quad\quad \exists t_2, sws_2([vo, t_2, sws_2, p] \in \text{Vorlesungen}) \\
&)))\}
\end{aligned}
$$

Hausaufgabe 2

Gegeben sei folgende Anfrage auf dem bekannten Universitätschema:

> Gesucht sind die Namen aller *Studenten*, die *genau* alle dreistündigen *Vorlesungen gehört* haben und die zugehörige *Prüfung* bestanden haben. Beachten Sie, dass die Studenten, die Vorlesungen gehört haben oder in Vorlesungen geprüft wurden, die nicht 3 SWS haben, nicht im Ergebnis enthalten sein sollen.

a) Geben Sie an, welche Tupel man dem Unischema mindestens hinzufügen müsste, sodass die Ergebnismenge der obigen Anfrage nicht leer ist.

b) Formulieren Sie die oben genannte Anfrage in Relationenalgebra, im Tupelkalkül und im Domänenkalkül.

Lösung:

a) Die beiden dreistündigen Vorlesungen sind *Erkenntnistheorie* und *Wissenschaftstheorie* und für die Lösung kommen nur die Studenten *Aristoxenos* oder *Xenokrates* in Frage, da alle anderen Studenten entweder eine andere Vorlesung gehört haben oder in einer anderen Vorlesung geprüft worden sind und somit die Anforderungen bereits verletzen.

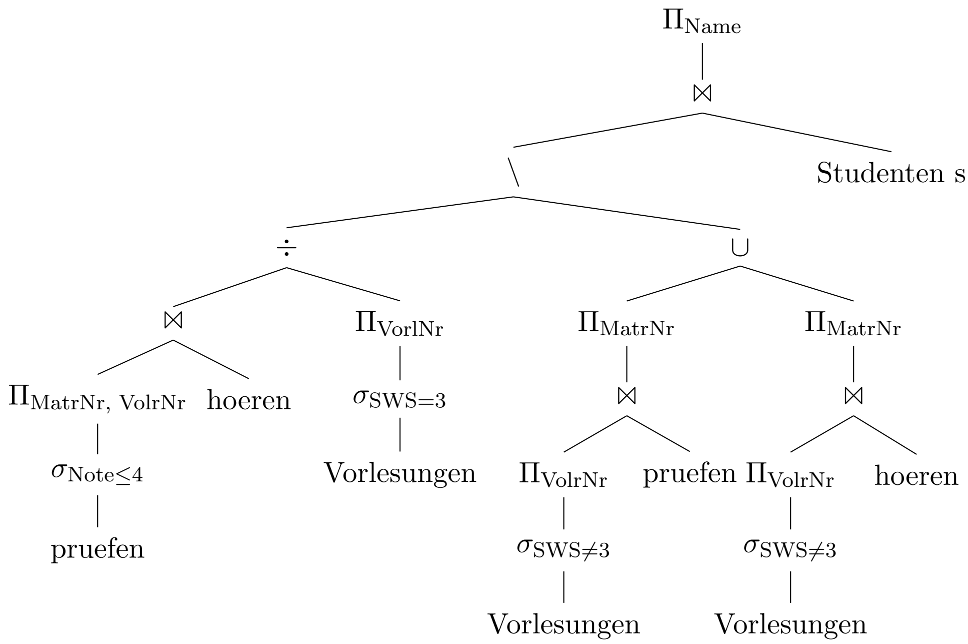
   Die folgenden beiden Tupel werden in die Relation *hoeren* eingefügt (hier beispielhaft für den Studenten *Aristoxenos*):

$$(26830, 5043)$$
$$(26830, 5052)$$

   Die folgenden beiden Tupel werden in die Relation *pruefen* eingefügt, wobei $1.0 \leq n \leq 4.0$ gilt:

$$(26830, 5043, 2126, n)$$
$$(26830, 5052, 2126, n)$$

b) **Formulierung in der Relationenalgebra**



Zunächst joinen wir *hoeren* mit den bestandenen *Prüfungen*. Dann teilen wir durch die Vorlesungsnummern der dreistündigen Vorlesungen und erhalten die Matrikelnummern der Studenten, die *alle* dreistündigen Vorlesungen gehört haben und die zugehörige Prüfung darin bestanden haben.

Im nächsten Schritt ziehen wir die Matrikelnummern aller Studenten ab, die eine Vorlesung, die nicht genau drei Semesterwochenstunden hat, gehört haben oder eine Prüfung darin absolviert haben.

Die übrig gebliebenen Matrikelnummern joinen wir mit der Relation Studenten, um dann die Namen der gesuchen Studenten ausgeben zu können.

Formulierung im Tupelkalkül

$$
\begin{aligned}
\{\ [s.\mathrm{Name}] \mid s \in \mathrm{Studenten} \wedge \\
&\forall v \in \mathrm{Vorlesungen}(v.\mathrm{SWS} = 3 \Rightarrow \\
&\quad \exists h \in \mathrm{hoeren}(\\
&\qquad h.\mathrm{MatrNr} = s.\mathrm{MatrNr} \wedge h.\mathrm{VorlNr} = v.\mathrm{VorlNr} \wedge \\
&\qquad \exists p \in \mathrm{pruefen}(\\
&\qquad\quad p.\mathrm{MatrNr} = s.\mathrm{MatrNr} \wedge \\
&\qquad\quad p.\mathrm{VorlNr} = v.\mathrm{VorlNr} \wedge \\
&\qquad\quad p.\mathrm{Note} \leq 4 \\
&))) \wedge \\
&\forall v \in \mathrm{Vorlesungen}(v.\mathrm{SWS} \neq 3 \Rightarrow (\\
&\quad \nexists h \in \mathrm{hoeren}(h.\mathrm{MatrNr} = s.\mathrm{MatrNr} \wedge h.\mathrm{VorlNr} = v.\mathrm{VorlNr}) \wedge \\
&\quad \nexists p \in \mathrm{pruefen}(p.\mathrm{MatrNr} = s.\mathrm{MatrNr} \wedge p.\mathrm{VorlNr} = v.\mathrm{VorlNr}) \\
&))\}
\end{aligned}
$$

Für die auszugebenden Studenten muss gelten:

- Für alle Vorlesungen, die drei Semesterwochenstunden haben, muss es einen Eintrag in hoeren geben, der den Studenten und die Vorlesung betrifft, und es muss dazu einen entsprechenden Eintrag in pruefen mit einer bestandenen Note geben.
- Für alle Vorlesungen, die *nicht* drei Semesterwochenstunden haben, darf es keinen entsprechenden Eintrag in hören geben und es darf keinen entsprechenden Eintrag in pruefen geben.

Formulierung im Domänenkalkül

Die folgende Lösung verwendet statt zwei Allquantoren (wie in der Lösung im Tupelkalkül) nur einen, ist aber natürlich eine äquivalente Lösung:

$$
\begin{aligned}
\{\ [n] \mid \exists m, s([m,n,s] \in \text{Studenten} \land \forall v,t,sws,g(\\
&(\\
&\quad ([v,t,sws,g] \in \text{Vorlesungen} \land sws = 3) \Rightarrow\\
&\quad ([m,v] \in \text{hoeren} \land \exists p, no([m,v,p,no] \in \text{pruefen} \land no \leq 4))\\
&) \land (\\
&\quad ([v,t,sws,g] \in \text{Vorlesungen} \land sws \neq 3) \Rightarrow\\
&\quad ([m,v] \notin \text{hoeren} \land \nexists p, no([m,v,p,no] \in \text{pruefen}))\\
&)\\
&))\}
\end{aligned}
$$

Hausaufgabe 3

Gegeben sei das Unischema mit der folgenden, zusätzlichen Relation

$$\text{StudienPlan} : \{[\text{Semester}, \text{VorlNr}]\}$$

a) Bestimmen Sie in relationaler Algebra die Studenten, die alle für ihr Semester vorgesehenen Vorlesungen hören.

b) Bestimmen Sie im Tupelkalkül alle Studenten, die nur Vorlesungen ihres Semesters hören (nicht notwendigerweise alle).

Lösung:

a) Bestimmen Sie in relationaler Algebra die Studenten, die alle für ihr Semester vorgesehenen Vorlesungen hören:

$$\text{Studenten} \rhd \left(\Pi_{\text{MatrNr,VorlNr}} \left(\text{Studenten} \bowtie \text{Studienplan} \right) \setminus \text{hoeren} \right)$$

b) Bestimmen Sie im Tupelkalkül alle Studenten, die nur Vorlesungen ihres Semesters hören (nicht notwendigerweise alle).

$$
\begin{aligned}
&\{\text{s} \mid \text{s} \in \text{Studenten} \\
&\quad \wedge \forall \text{ h} \in \text{hoeren}(\text{s.MatrNr}=\text{h.MatrNr} \Rightarrow \\
&\qquad \exists \text{ sp} \in \text{Studienplan}(\text{sp.VorlNr} = \text{h.VorlNr} \wedge \text{sp.Semester} = \text{s.Semester})) \\
&\quad \}
\end{aligned}
$$

Hausaufgabe 4

Gegeben seien die beiden Relationen $R : \{[a, b]\}$ und $S : \{[b, c]\}$. Ersetzen Sie den folgenden Ausdruck der relationalen Algebra durch einen äquivalenten, in dem keine Joins vorkommen. Für diese Aufgabe zählt das Kreuzprodukt ($\times$) nicht als Join.

$$R \rhd S$$

Lösung:

$$
\begin{aligned}
R \rhd S &= R - R \ltimes S \\
&= R - \Pi_{a,b}(R \bowtie S) \\
&= R - \Pi_{a,b}\left(\sigma_{R.b=S.b}(R \times S)\right)
\end{aligned}
$$

Hausaufgabe 5

Gegeben sei die folgende Relation `Zehnkampf` mit Athletennamen und den von ihnen erreichten Punkten im Zehnkampf:

Name	Punkte
Eaton	8869
Suarez	8523
Behrenbruch	8126
Hardee	8671
...	...

a) Ermitteln Sie die Goldmedaillengewinner in relationaler Algebra. Eine Goldmedaille bekommen alle, für die gilt: es gibt niemand besseren (also mit mehr Punkten).

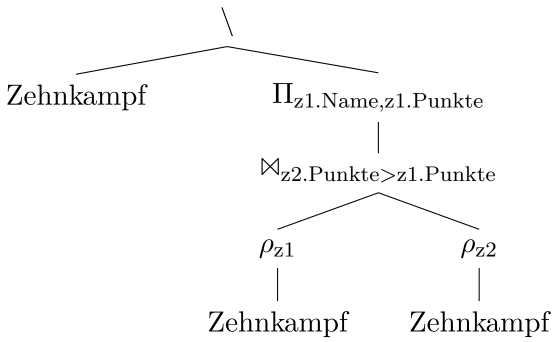
b) Ermitteln Sie die Silbermedaillengewinner im Tupelkalkül. Eine Silbermedaille bekommen alle, für die gilt: es gibt genau eine/n bessere/n.

Lösung:

a) Goldmedaillengewinner in relationaler Algebra:

$$(\text{Zehnkampf} \setminus (\Pi_{\text{Name,Punkte}}(\rho_{\text{z1}}\text{Zehnkampf} \ltimes_{\text{z2.Punkte>Punkte}} \rho_{\text{z2}}\text{Zehnkampf})))$$

In Operatorbaumdarstellung:



b) Silbermedaillengewinner im Tupelkalkül:

$$
\begin{aligned}
\{k| \quad & k \in \text{Zehnkampf} \land \\
& \exists k_{gold} \in \text{Zehnkampf}(\\
& k_{gold}.\text{Punkte} > k.\text{Punkte} \land \forall k_{andere} \in \text{Zehnkampf}(\\
& k_{andere}.\text{Punkte} \geq k_{gold}.\text{Punkte} \Rightarrow k_{andere}.\text{Name} = k_{gold}.\text{Name}) \land \\
& \neg \exists k_{zwischen} \in \text{Zehnkampf}(k_{zwischen}.\text{Punkte} > k.\text{Punkte} \land \\
& k_{zwischen}.\text{Punkte} < k_{gold}.\text{Punkte}))\}
\end{aligned}
$$